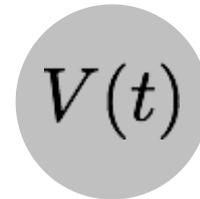
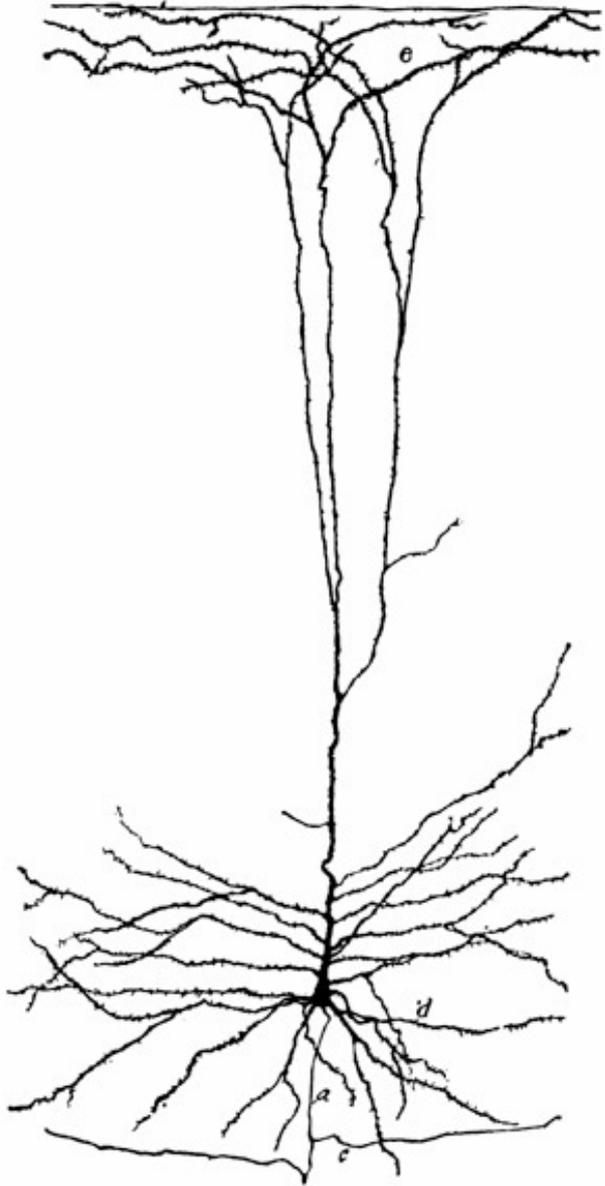


# Neurosciences Computationnelles : CM3 Le Neurone II

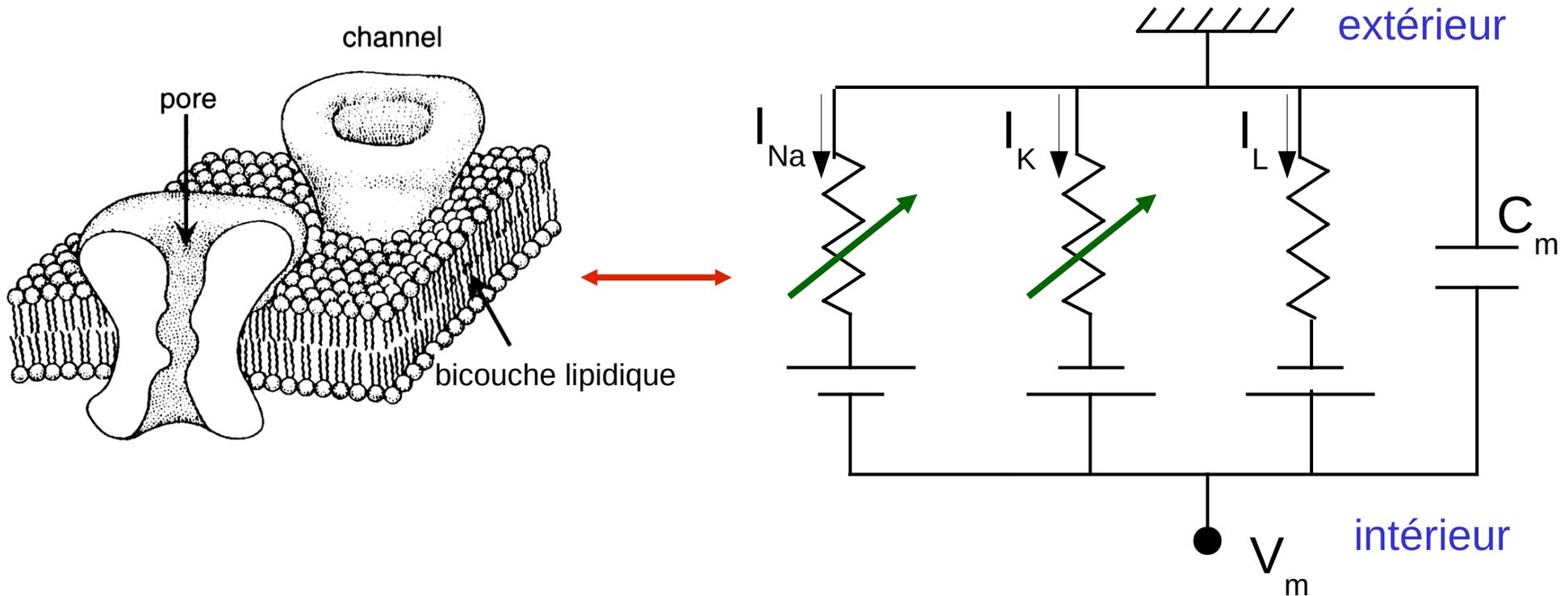


Michael Graupner  
([michael.graupner@parisdescartes.fr](mailto:michael.graupner@parisdescartes.fr))

# modèles simplifiés - modèles à compartiment unique

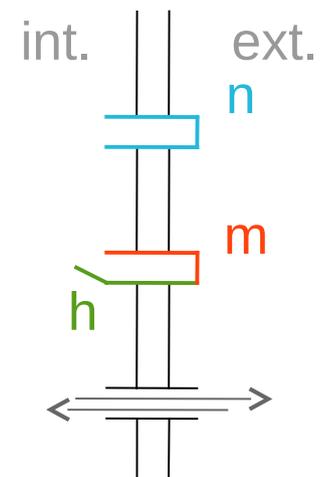
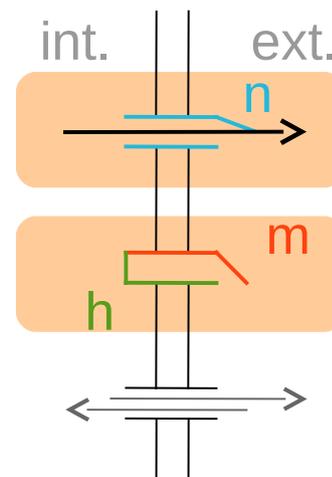
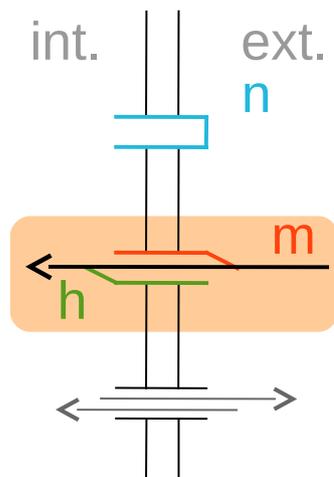
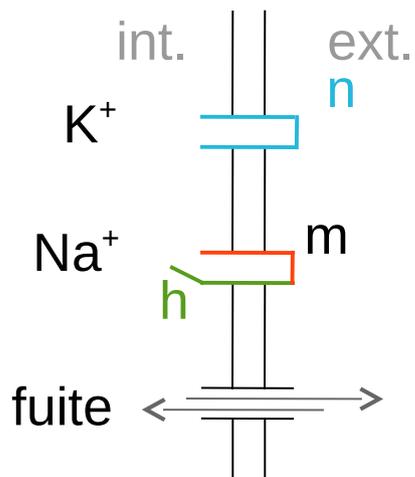
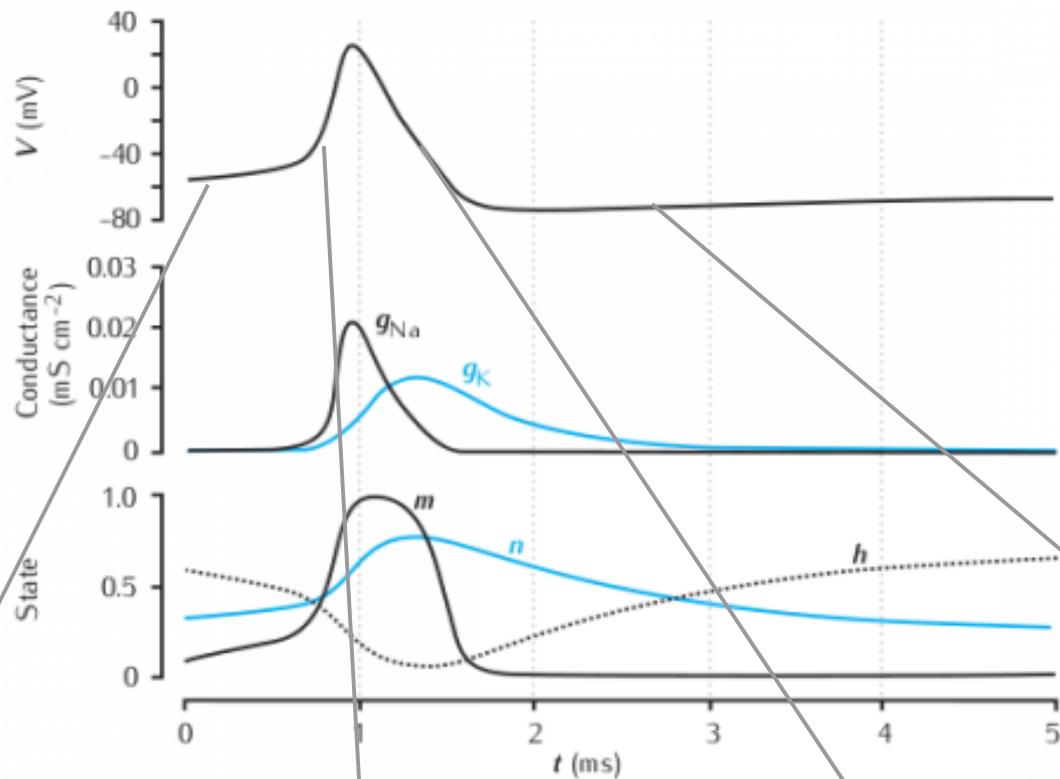


# Propriétés de la membrane



- Le potentiel de membrane  $V_m$  varie en fonction de l'ouverture/fermeture des différents types de canaux ioniques.
- **Membrane "active"** : la conductibilité des canaux ioniques varie avec le temps et le potentiel de la membrane.

# Modèle Hodgkin-Huxley : potentiel d'action



# équations complètes du modèle Hodgkin-Huxley

$$C \frac{dV}{dt} = \bar{g}_{Na} m^3 h (V_{Na} - V) + \bar{g}_K n^4 (V_K - V) + g_L (V_L - V) + I_{stim}$$

$$\tau_n \frac{dn}{dt} = -n + n_\infty, \tau_n = \frac{1}{\alpha_n + \beta_n}, n_\infty = \frac{\alpha_n}{\alpha_n + \beta_n}$$

$$\tau_m \frac{dm}{dt} = -m + m_\infty, \tau_m = \frac{1}{\alpha_m + \beta_m}, m_\infty = \frac{\alpha_m}{\alpha_m + \beta_m}$$

$$\tau_h \frac{dh}{dt} = -h + h_\infty, \tau_h = \frac{1}{\alpha_h + \beta_h}, h_\infty = \frac{\alpha_h}{\alpha_h + \beta_h}$$

$$\alpha_n(V) = \frac{(0.1 - 0.01V)}{e^{1-0.1V} - 1}$$

$$\alpha_m(V) = \frac{(2.5 - 0.1V)}{e^{2.5-0.1V} - 1}$$

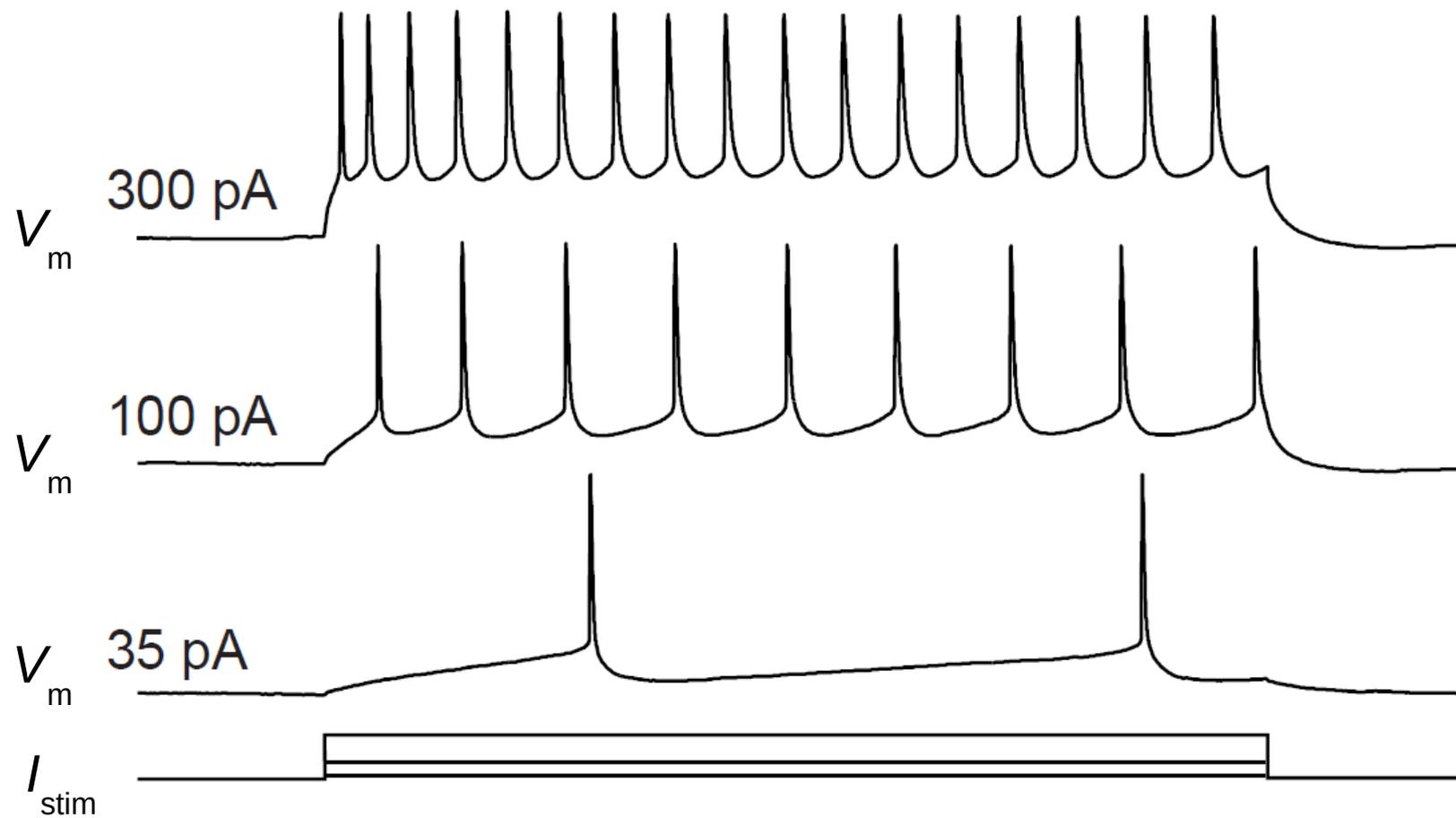
$$\alpha_h(V) = 0.07 e^{-\frac{V}{20}}$$

$$\beta_n(V) = 0.125 e^{-\frac{V}{80}}$$

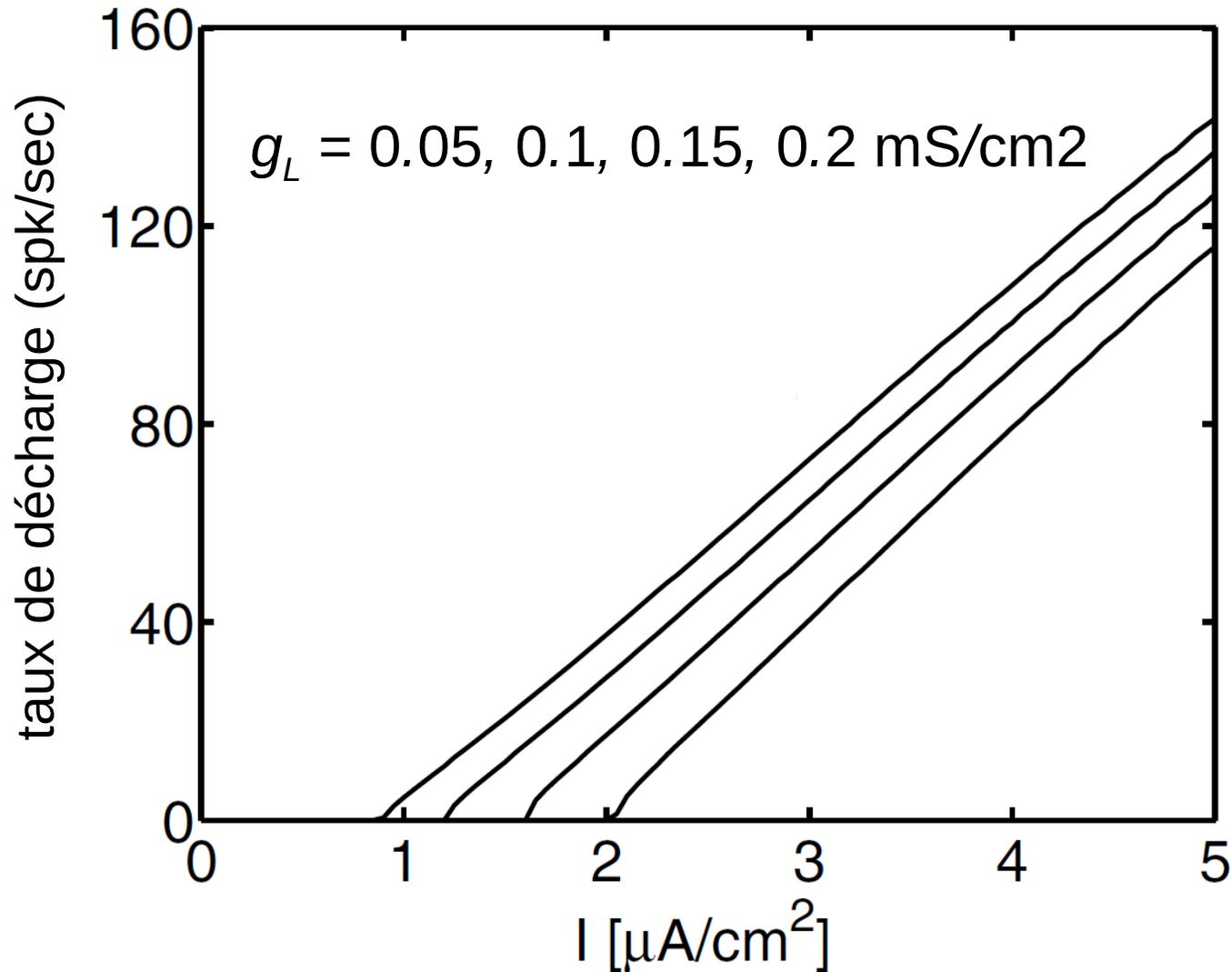
$$\beta_m(V) = 4 e^{-\frac{V}{18}}$$

$$\beta_h(V) = \frac{1}{e^{3-0.1V} + 1}$$

# Modèle Hodgkin-Huxley : injection de courant



# Modèle Hodgkin-Huxley : Courbe F-I



# Modèle Integrate-and-Fire : dérivation

**simplification** : pas de courants actifs  $\rightarrow g(t) = \text{const.}$

→ Nous ne nous soucions pas de la forme du potentiel d'action !

$$C \frac{dV}{dt} = g_{Na} (V_{Na} - V) + g_K (V_K - V) + g_L (V_L - V) + I_{stim}$$

$$C \frac{dV}{dt} = \underbrace{g_{Na} V_{Na} + g_K V_K + g_L V_L}_{G_{tot}} - \underbrace{(g_{Na} + g_K + g_L)}_{G_{tot}} V + I_{stim}$$

$$C \frac{dV}{dt} = G_{tot} (V_0 - V) + I_{stim}$$

$$\tau = \frac{C}{G_{tot}}$$

$$\tau \frac{dV}{dt} = (V_0 - V) + \frac{I_{stim}}{G_{tot}}$$

# Modèle Integrate-and-Fire : équation

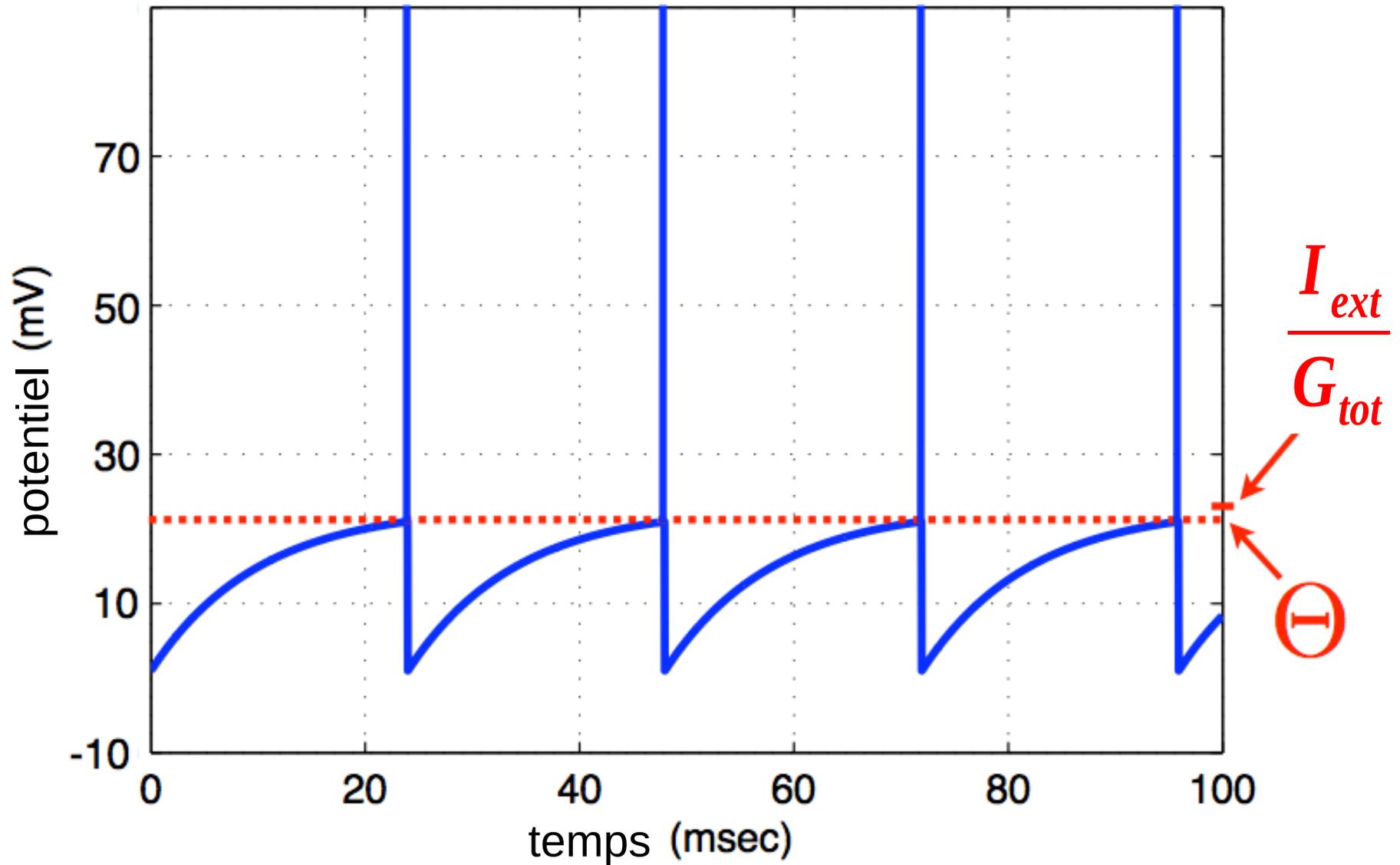
$$\tau \frac{dV}{dt} = (V_0 - V) + \frac{I_{ext}}{G_{tot}}$$

- $V_0$  potentiel de la membrane au repos
- $\tau$  constante de temps de membrane
- $I_{ext}$  courant externe (synaptique)
- $G_{tot}$  conductance totale

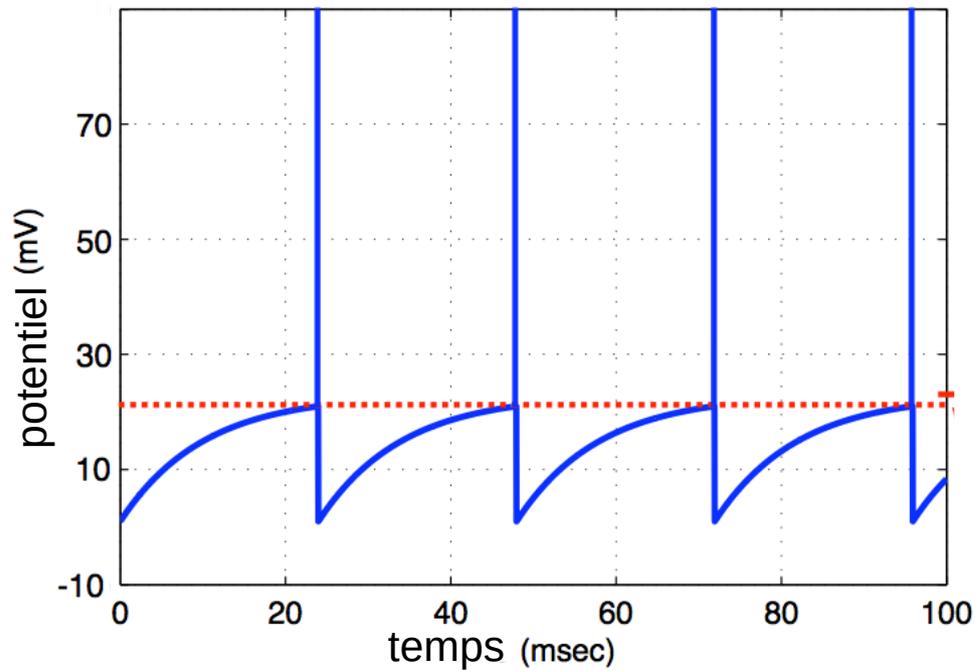
## génération de potentiel d'action

- $\Theta$  seuil de decharge
- $V_r$  potentiel de réinitialisation
- si  $V > \Theta$  :
  - le neurone déclenche un potentiel d'action
  - après quoi le potentiel de la membrane est remis à  $V_r$

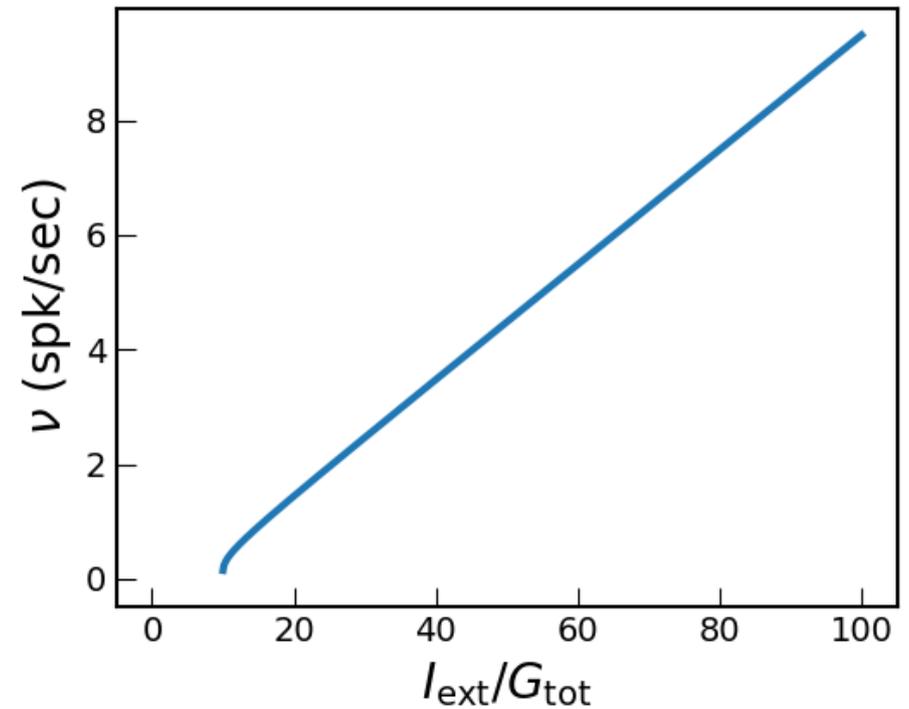
# Modèle Integrate-and-Fire : dynamique



# Modèle Integrate-and-Fire : dynamique

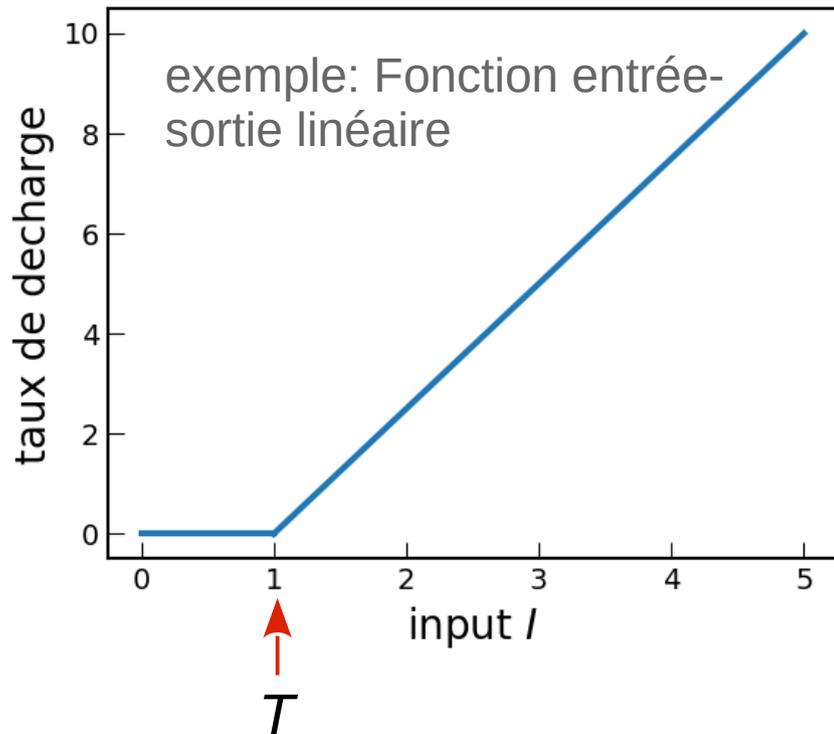


courbe F-I



# Modèle à taux de décharge

Description phénoménologique de la fonction entrée-sortie:



$$\tau \frac{dm}{dt} = -m + F(I_{syn} + I_{ext} - T)$$

$m$ : sortie du neurone – taux de décharge

$\tau$ : constante de temps de membrane

$F$ : fonction de transfert entrée-sortie

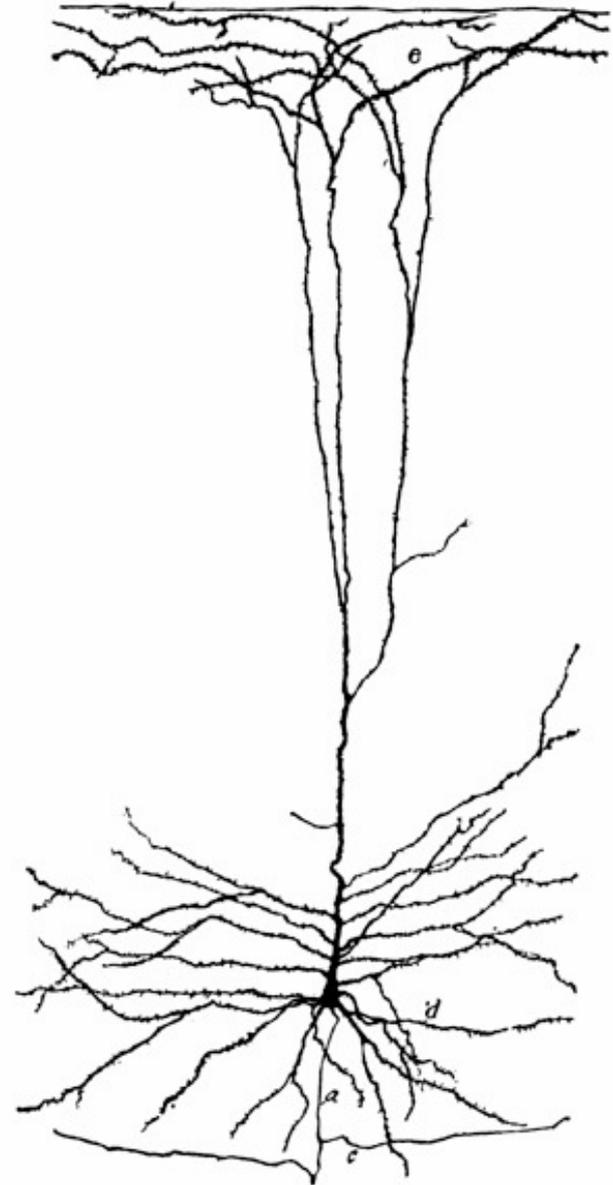
$I_{syn}$ : input synaptique

$I_{ext}$ : courant externe

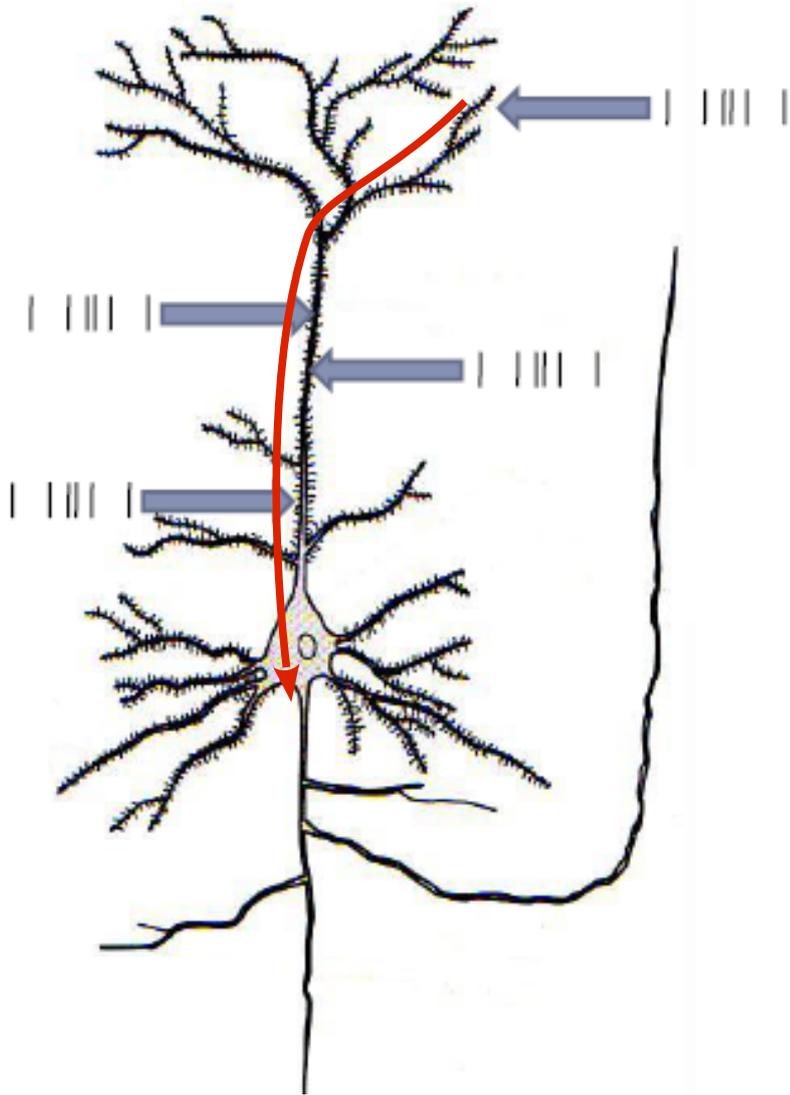
$T$ : seuil de décharge

# Comment les potentiels se propagent-ils dans un arbre dendritique ?

$V(t)$

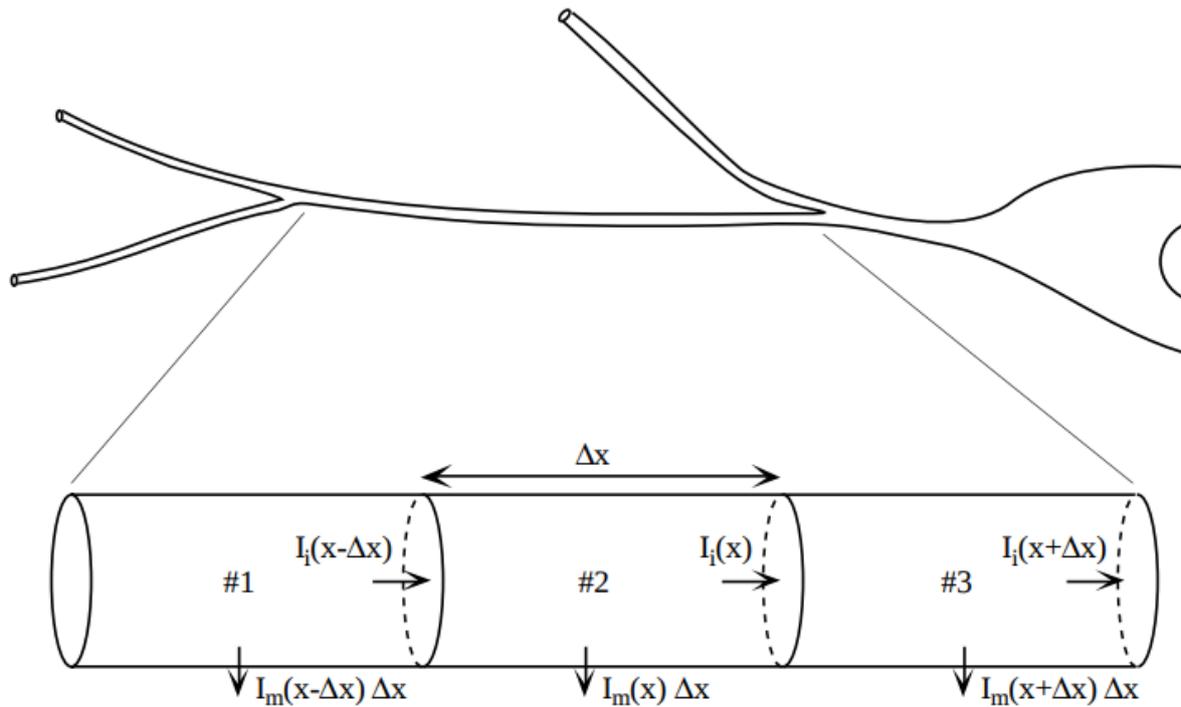


# Théorie du câble



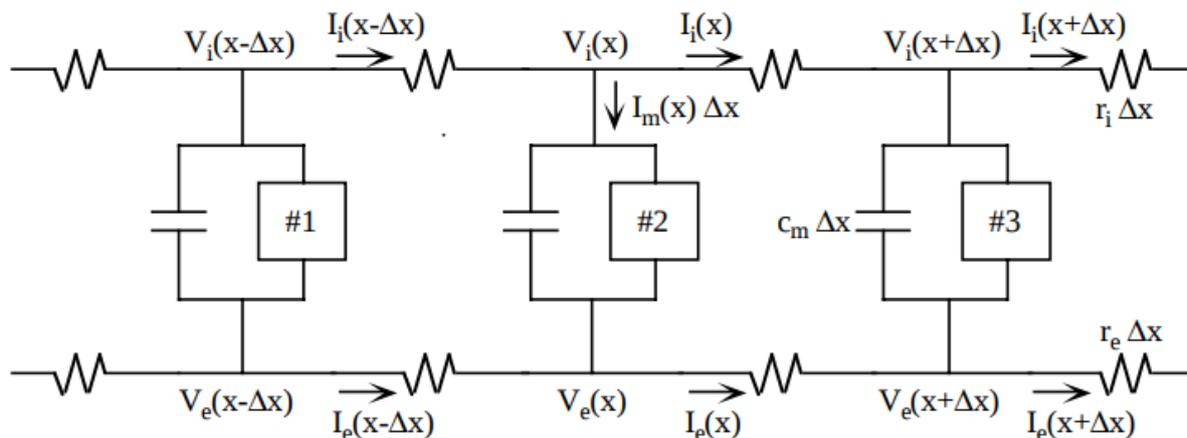
- comment les inputs synaptique se propagent au soma ou au segment initial de l'axone
- comment les inputs interagissent entre eux
- comment le placement d'une entrée sur un arbre dendritique affecte son importance fonctionnelle pour le neurone

# Abstraction de la membrane dendritique d'un neurone



Soma et branche dendritique

Portion d'une dendrite secondaire divisée en trois sous-cylindres



Modèle électrique discret pour les trois sous-cylindres

# équation du câble non linéaire

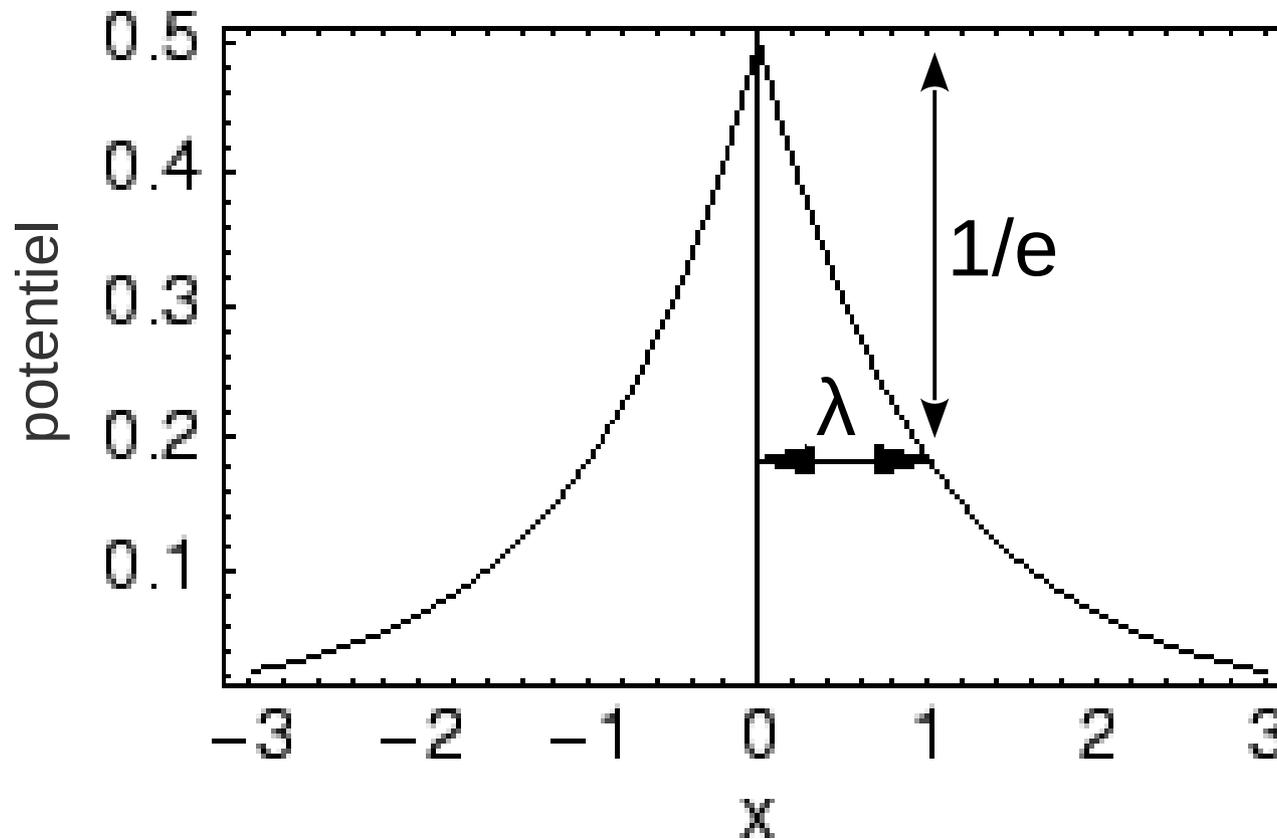
modélise la distribution du potentiel de membrane dans un cylindre à membrane

$$\frac{1}{r_i + r_e} \frac{\partial V}{\partial x^2} = c_m \frac{\partial V}{\partial t} + I_{ion}$$

courant qui se propage à partir de points adjacents sur le cylindre

l'équation habituelle utilisée pour un modèle de neurones ponctuels

# Exemple I : solution stationnaire de l'équation du câble

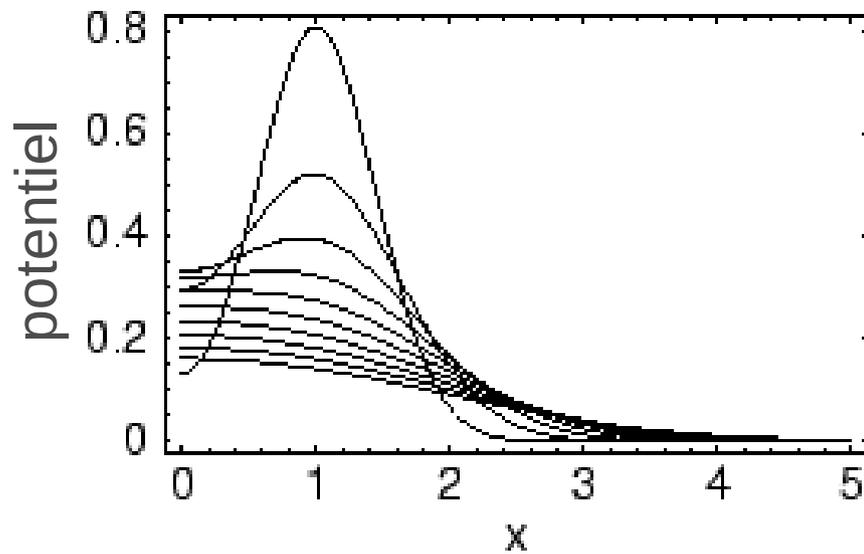
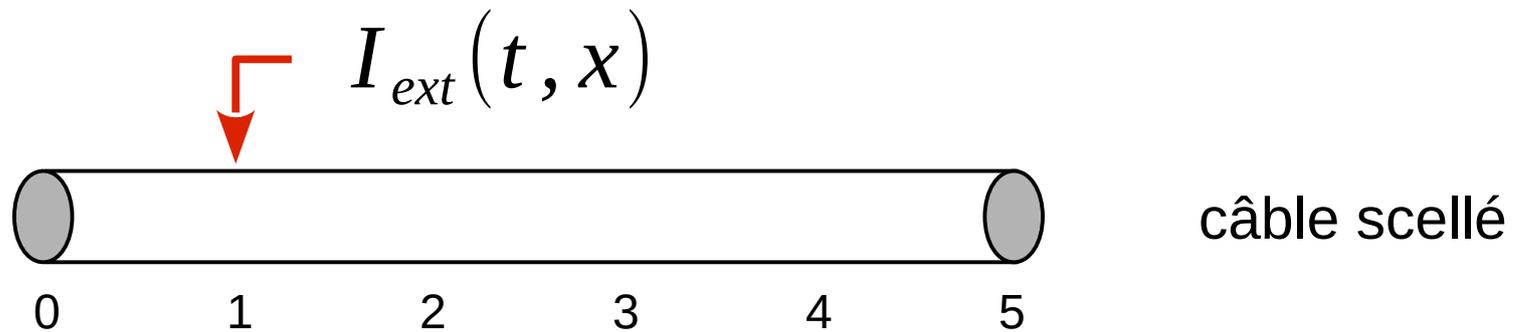


$\lambda$  constante de longueur

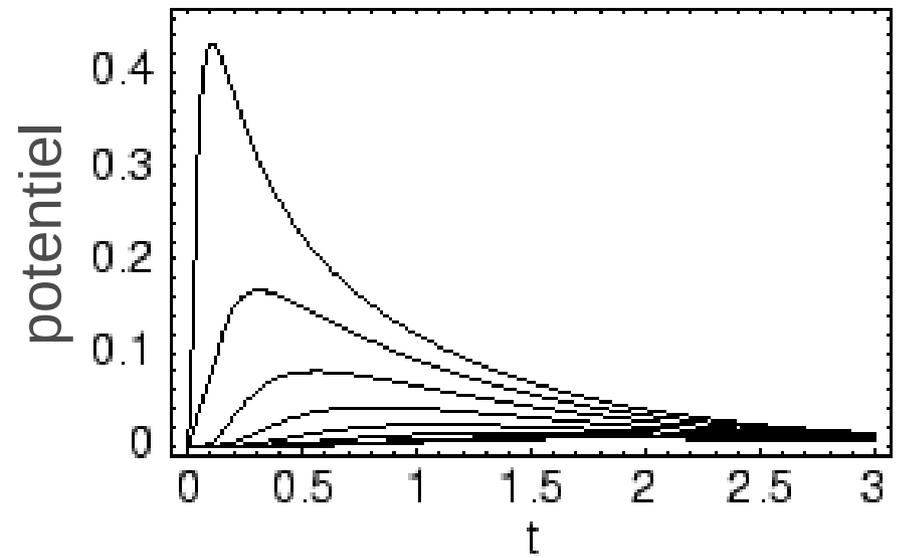


$I_{ext}(t, x) = \delta(x)$  ... courant constant

# Exemple II : Distribution spatiale et évolution temporelle du potentiel dans la membrane

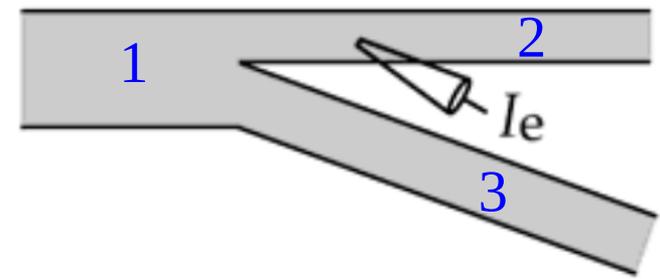
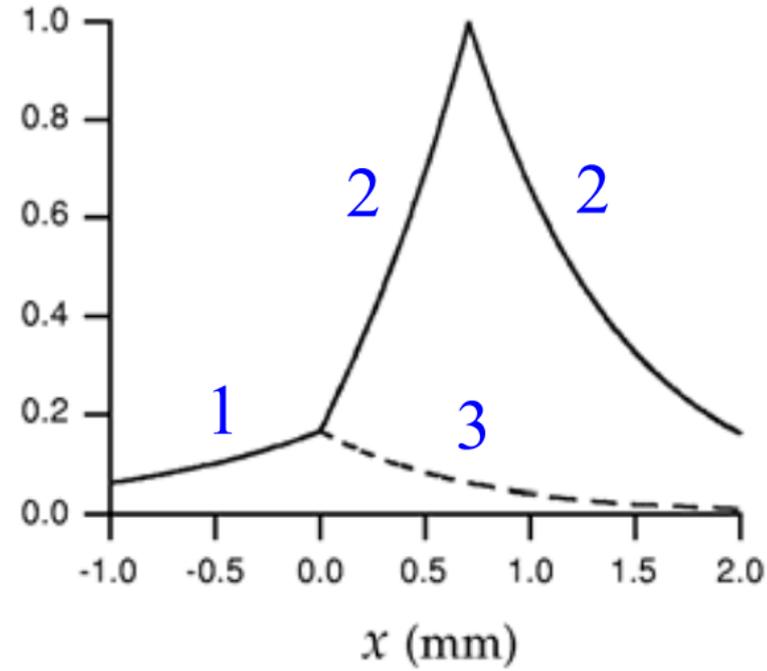
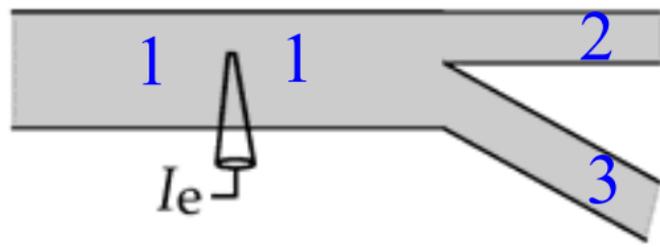
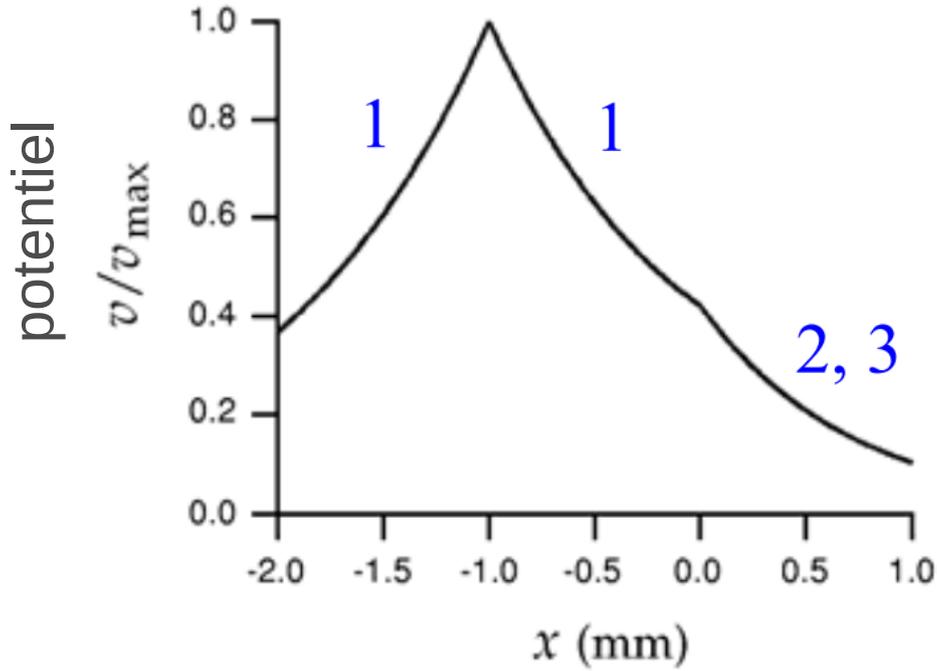


$t = 0.1, 0.2, \dots, 1.0$



$x = 1.5, 2.0, 2.5, \dots, 5.0$

# Exemple III : distribution du potentiel dans une dendrite qui se ramifie



courant constant

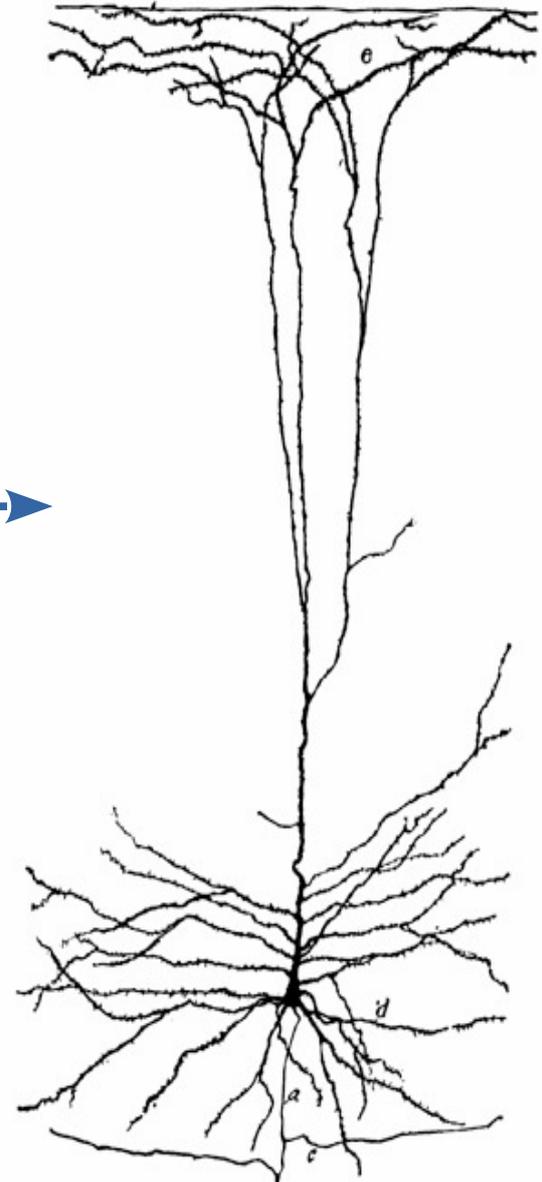
# Modélisation d'un neurone entier ?

équation du câble

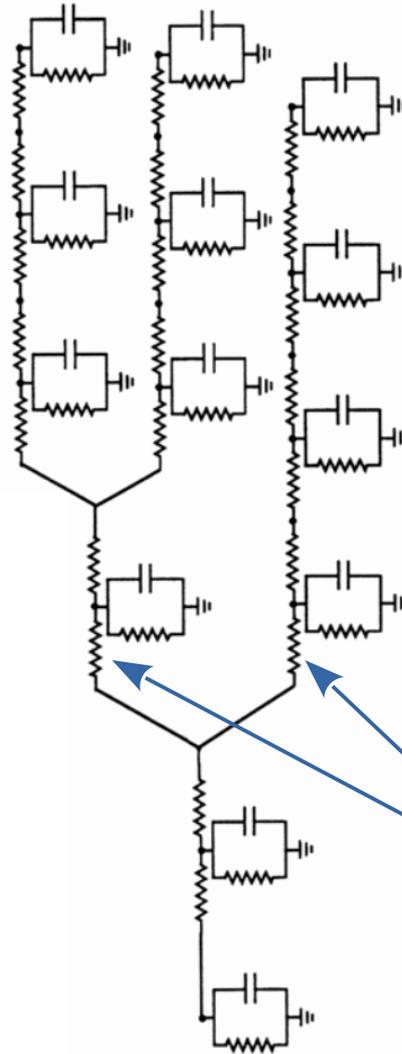
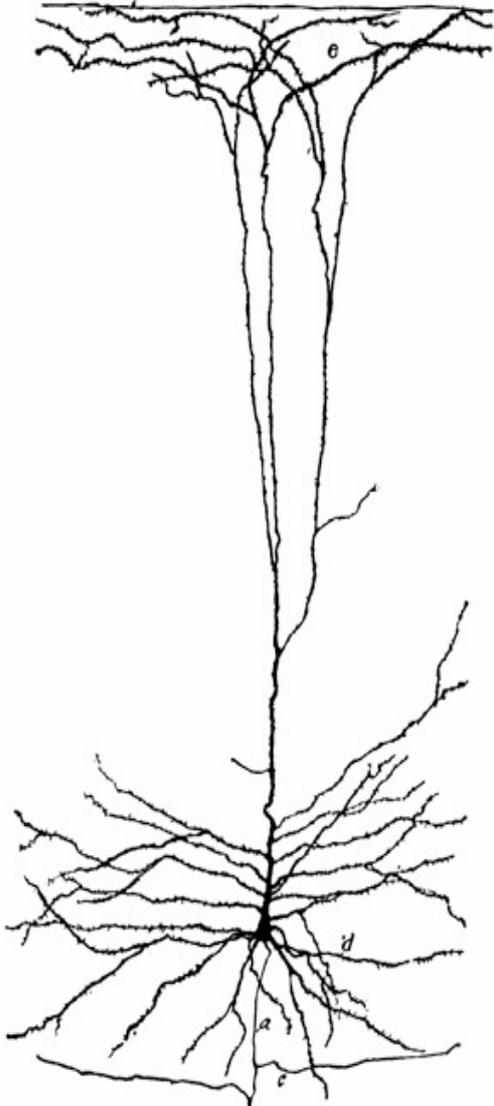
$$\frac{1}{r_i + r_e} \frac{\partial V}{\partial x^2} = c_m \frac{\partial V}{\partial t} + I_{ion}$$



- devient rapidement insoluble à résoudre analytiquement pour des neurones réalistes



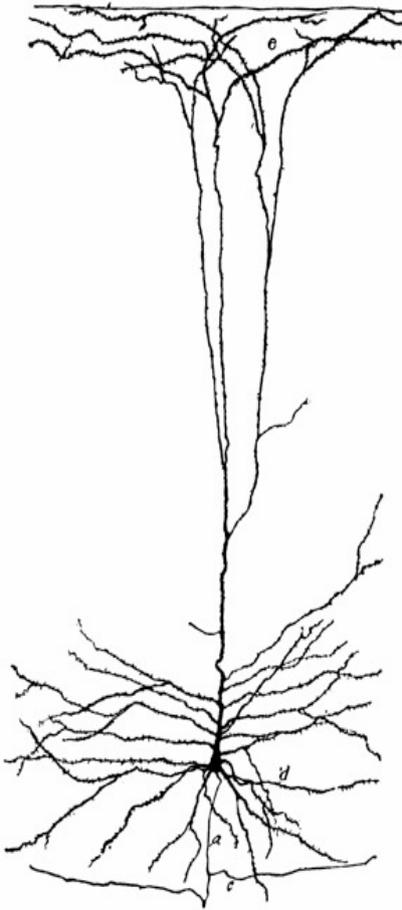
# Modèle de neurone compartimenté



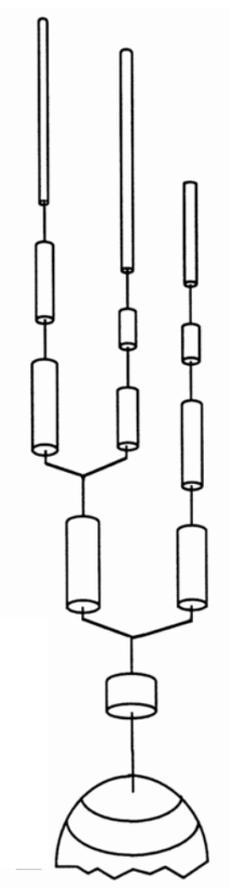
## Idée :

- Diviser un neurone en compartiments (avec des propriétés électriques distinctes) et connecter les circuits équivalents.
- chaque compartiment = une équation  $dv/dt$ ,
- plus conductances d'accouplement

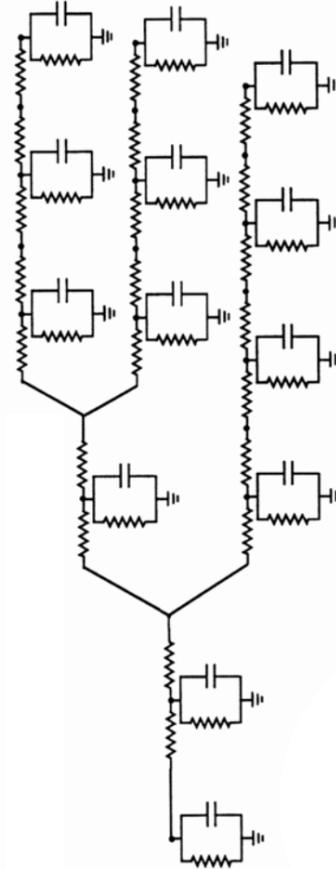
# modèles de neurones uniques



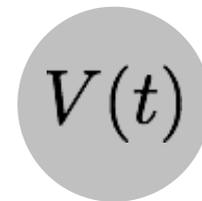
vrai  
neurone



modèle  
de câble



modèle  
compartimenté



neurone de  
point